

うさぎ模試 1年後期解析学 記述編

(50分 / 50点)

つぎの1～5の問いに答えなさい。制限時間の目安は50分です。

1. $f(x, y) = x^4 + 2y^2 + 6x^2 - 8xy$ の極値を求めたい。(1), (2)の問いに答えなさい。

(配点 10)

(1) 点 (1, 2) 以外の極値をとるすべての候補を答えなさい。

(2) 点 (1, 2) が極値を持つかどうか調べなさい。

2. ラグランジュの未定乗数法を用いて、つぎの条件付き極値問題を求めたい。

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ の条件下において } f(x, y) = xy \text{ の極値}$$

このときの極値をすべて答えなさい。(配点 10)

(極値が最大値、最小値になるかどうかは判定しなくてよい。)

3. 2重積分

$$\iint_D \frac{\sin y}{y} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi, x \leq y \leq \pi\}$$

を求めたい。つぎの(1), (2)の問いに答えなさい。(配点 10)

(1) 積分領域 D を図示しなさい。

(2) この2重積分の値を求めなさい。

裏面も問題があります！ 忘れるなよ、絶対に忘れるなよ！

4. 2重積分

$$\iint_D (x^2 - y^2)e^{(x-y)^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x + y \leq 6, 0 \leq x - y \leq 2\}$$

を求めたい。つぎの(1), (2)の問いに答えなさい。(配点 10)

- (1) どのように変数変換したか、変数変換によるヤコビアンを答えなさい。
- (2) この2重積分の値を求めなさい。

5. つぎの広義積分について、(1), (2)の問いに答えなさい。(配点 10)

$$\iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^a} dx dy$$

D は xy 平面全体

- (1) 広義積分が存在するための a の条件を求めなさい。
- (2) (1)の条件のもとで広義積分を計算しなさい。